

УДК 531.391
Код ВАК 05.20.01

DOI: 10.52463/22274227_2021_40_59

И.П. Попов, В.Г. Чумаков, С.С. Родионов, Л.Я. Чумакова

РАСЧЕТ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ АГРОБИЗНЕСА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «КУРГАНСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ
АКАДЕМИЯ ИМЕНИ Т.С. МАЛЬЦЕВА», КУРГАН, РОССИЯ

I.P. Popov, V.G. Chumakov, S.S. Rodionov, L.Ya. Chumakova

CALCULATION OF MECHANICAL OSCILLATIONS IN AGRIBUSINESS TECHNICAL SYSTEMS

FEDERAL STATE BUDGETARY EDUCATIONAL INSTITUTION OF HIGHER EDUCATION «KURGAN STATE
AGRICULTURAL ACADEMY NAMED AFTER T.S. MALTSEV», KURGAN, RUSSIA

Игорь Павлович Попов

Igor Pavlovich Popov
ip.popov@yandex.ru
AuthorID 655616

Сергей Сергеевич Родионов

Sergey Sergeevich Rodionov
кандидат технических наук, доцент
polytech@kgsu.ru
AuthorID 675871

Владимир Геннадьевич Чумаков

Vladimir Gennadievich Chumakov
доктор технических наук, доцент
rectorat@ksaa.zaural.ru
AuthorID 475409

Любовь Яковлевна Чумакова

Lyubov Yakovlevna Chumakova
chumakova@mail.ru
AuthorID 933017

Аннотация. Отмечено, что традиционный расчет сложных механических устройств при вынужденных синусоидальных колебаниях, как правило, представляет собой довольно непростую задачу. Чаще всего расчетчиков, конструкторов и технологов интересуют установившиеся режимы колебаний. **Целью настоящего исследования** является значительное упрощение вычислений путем замены необходимости решения дифференциальных уравнений на более простые алгебраические методы. Подобный подход широко используется в теоретической электротехнике. Актуальность работы обусловлена тем, что механические колебания широко распространены в технологических процессах агробизнеса, в том числе, при сепарации зерна. **Методика.** Основными методами исследования в рамках настоящей работы являются методы математического моделирования и анализа. При этом исследуется не сам физический объект, а его математическая модель – «эквивалент» объекта, отражающий в математической форме важнейшие его свойства – законы, которым он подчиняется, связи, присущие составляющим его частям, и т.д. **Результаты.** Используемые виды моделирования являются детерминированными, динамическими и непрерывными. Основными этапами математического моделирования являются построение модели, решение математической задачи, к которой приводит модель, интерпретация полученных следствий из математической модели, проверка адекватности модели, модификация модели. Используемые методы позволяют получить достоверное описание исследуемых объектов. Рассмотрены схема параллельного соединения, при которой скорость элементов механической системы одинаковая, при этом силы отличаются, а также схема последовательного соединения, при которой сила на элементах механической системы одинаковая, при этом скорости отличаются. **Научная новизна.** Использование символического (комплексного) описания механических систем при вынужденных гармонических колебаниях (в установившемся режиме) позволило отказаться от чрезвычайно громоздкого и трудоемкого алгоритма расчета, связанного с решением дифференциальных уравнений, и заменить его простыми и наглядными алгебраическими операциями. Благодаря этому время расчетов уменьшается в разы. Векторные диаграммы, не являясь необходимой составляющей исследования механических систем, имеют существенное методическое значение, поскольку показывают количественные и фазные соотношения между параметрами систем.

Ключевые слова: потребители механической мощности, вынужденные колебания, параллельное, последовательное соединение, резонанс сил, резонанс скоростей.

Abstract. It is noted that the traditional calculation of complex mechanical devices with forced sinusoidal oscillations, as a rule, is a rather difficult task. Most often calculators, designers and technologists are interested in steady-state oscillation modes. **The purpose of this study** is to simplify significantly the calculations by replacing the need to solve differential equations with the simpler algebraic methods. A similar approach is widely used in theoretical electrical engineering. The relevance of the work is due to the fact that mechanical vibrations are widespread in the technological processes of agribusiness including the separation of grain. **Methodology.** The main research methods in the framework of this work are methods of mathematical modeling and analysis. In this case it is not the physical object itself that is investigated but its mathematical model - the "equivalent" of the object, which reflects in mathematical form its most important properties - the laws to which it obeys, the relations inherent in its constituent parts, etc. **Results.** The types of modeling used are deterministic, dynamic, and continuous. The main stages of mathematical modeling are building a model, solving a mathematical problem that a model leads to, interpreting the results from a mathematical model, checking the adequacy of the model, modifying the model. The methods used make it possible to obtain a reliable description of the studied objects. A parallel connection scheme is considered, in which the speed of the elements of the mechanical system is the same, while the forces are different, as well as a series connection in which the force on the elements of the mechanical system is the same while the speeds are different. **Scientific novelty.** The use of a symbolic (complex) description of mechanical systems under forced harmonic oscillations (in steady state) made it possible to abandon the extremely cumbersome and laborious calculation algorithm associated with solving the differential equations and replace it with simple and clear algebraic operations. Due to this, the calculation time is reduced significantly. Vector diagrams not being a necessary component of the study of mechanical systems have significant methodological significance since they show quantitative and phase relationships between the parameters of systems.

Keywords: consumers of mechanical power, forced vibrations, parallel, series connection, force resonance, velocity resonance.

Введение. Традиционный расчёт механизмов при вынужденных колебаниях зачастую представляет собой непростую задачу [1-3]. Чаще всего расчётчиков интересуют установившиеся режимы колебаний [4, 5].

Целью исследования является значительное упрощение вычислений путем замены необходимости решения дифференциальных уравнений на алгебраические методы. Подобный подход широко используется в электротехнике.

Актуальность работы обусловлена тем, что механические колебания широко распространены в технологических процессах агробизнеса [6-9].

Методика. Основными методами исследования в рамках настоящей работы являются методы математического моделирования и анализа. При этом исследуется не сам физический объект, а его математическая модель – «эквивалент» объекта, отражающий в математической форме важнейшие его свойства – законы, которым он подчиняется, связи, присущие составляющим его частям, и т.д. Используемые виды моделирования являются детерминированными, динамическими и непрерывными. Основными этапами математического моделирования являются построение модели, решение математической задачи, к которой приводит модель, интерпретация полученных следствий из математической модели, проверка адекватности модели, модификация модели. Используемые методы позволяют получить достоверное описание исследуемых объектов.

Результаты. Схема параллельного соединения. Скорость элементов механической системы одинаковая (рисунок 1).

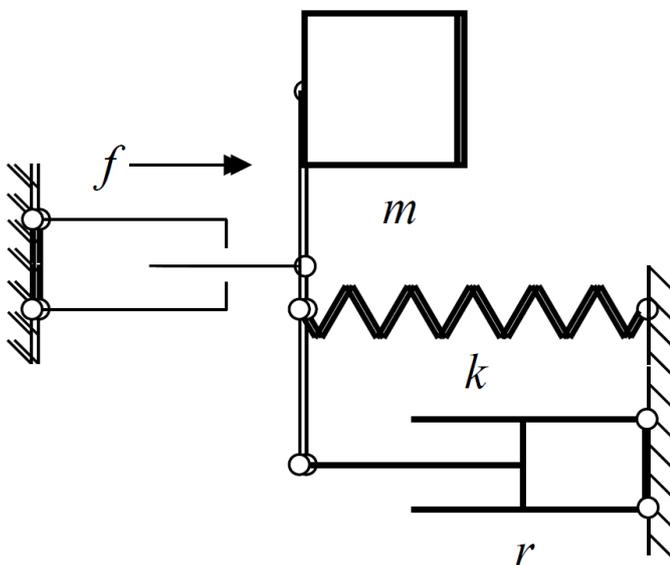


Рисунок 1 – Схема параллельного соединения

$$v = V \sin \omega t . \quad (1)$$

При этом силы отличаются

$$f_m = m \frac{dv}{dt} = m\omega V \cos \omega t , \quad (2)$$

$$f_k = -kx = k \int v dt = -\frac{k}{\omega} V \cos \omega t \quad (3)$$

$$f_r = rv = rV \sin \omega t . \quad (4)$$

Результирующая сила:

$$\begin{aligned} f &= f_m + f_k + f_r = V \left[\left(m\omega - \frac{k}{\omega} \right) \cos \omega t + r \sin \omega t \right] = \\ &= V \sqrt{(m\omega - k/\omega)^2 + r^2} \left[\frac{m\omega - k/\omega}{\sqrt{(m\omega - k/\omega)^2 + r^2}} \cos \omega t + \right. \\ &\quad \left. + \frac{r}{\sqrt{(m\omega - k/\omega)^2 + r^2}} \sin \omega t \right] . \end{aligned}$$

Удобно ввести обозначение

$$\varphi = \arctg \frac{m\omega - k/\omega}{r} . \quad (5)$$

При этом

$$\begin{aligned} f &= V \sqrt{(m\omega - k/\omega)^2 + r^2} (\sin \varphi \cos \omega t + \cos \varphi \sin \omega t) = \\ &= V \sqrt{(m\omega - k/\omega)^2 + r^2} \sin(\omega t + \varphi) = F \sin(\omega t + \varphi) . \quad (6) \end{aligned}$$

Это классическое выражение (результат решения дифференциального уравнения). В рассматриваемом случае необходимость в дифференциальном уравнении не возникает.

Амплитуда результирующей силы:

$$F = Vz , \quad (7)$$

$$z = \sqrt{(m\omega - k/\omega)^2 + r^2} \quad (\kappa z \cdot c^{-1}) . \quad (8)$$

Первая (максвелловская) система механо-электрических аналогий имеет вид:

- $V \Rightarrow I$ (скорость \Rightarrow ток),

- $F \Rightarrow U$ (сила \Rightarrow напряжение),

- $m \Rightarrow L$ (масса \Rightarrow индуктивность),
- $k \Rightarrow 1/C$ (коэффициент упругости \Rightarrow величина обратная ёмкости)
- $r \Rightarrow R$ (коэффициент вязкого сопротивления \Rightarrow сопротивление)

Американский физик Вебстер дополнил эти аналогии:

- $\omega m \Rightarrow \omega L$ (инертный реактанс \Rightarrow индуктивное сопротивление),
- $k/\omega \Rightarrow 1/(\omega C)$ (упругий реактанс \Rightarrow ёмкостное сопротивление).

Учитывая приведенные механо-электрические аналогии, формула (7) является аналогом известного закона Ома:

$$U = IZ,$$

где $Z = \sqrt{[\omega L - 1/(\omega C)]^2 + R^2}$ – сопротивление.

Таким образом, формула (8) – это механический импеданс (impedance). Соответственно этому механический реактанс (reactance):

$$x = m\omega - \frac{k}{\omega}.$$

Если $x = 0$, то $\omega = \sqrt{k/m}$ – классическое выражение, полученное значительно проще классического решения. При этом происходит резонанс сил [10]. При $r = 0$, $z = 0$. Механизм не препятствует источнику колебаний.

По аналогии с электротехникой r – механический резистанс (resistance).

Комплексное описание для параллельной схемы соединения. Синусоидальная величина имеет следующую форму записи:

$$a = A \sin(\omega t + \varphi) = \text{Im} [A e^{i(\omega t + \varphi)}],$$

где $A e^{i(\omega t + \varphi)}$ – комплексный вектор.

Такие векторы, как правило, записывают для момента $t = 0$. В соответствии с этим

$$A e^{i(\omega t + \varphi)} = A e^{i\varphi} = \dot{A}$$

принято считать комплексной амплитудой.

Формула (1), таким образом, имеет следующий вариант записи:

$$v = V \sin \omega t = \text{Im}(V e^{i\omega t}),$$

$$\dot{V} = V e^{i0}.$$

Из выражения (2) следует, что v отстает по фазе от f_m на $\pi/2$. Таким образом,

$$\dot{F}_m = m\omega \dot{V} e^{i\frac{\pi}{2}} = \underline{x}_m \dot{V}.$$

$$\underline{x}_m = \omega m e^{i\frac{\pi}{2}} = i\omega m \tag{9}$$

Это инертный реактанс в комплексной записи.

Несинусоидальные величины в комплексном представлении подчеркивают (синусоидальные отмечают точкой).

Амплитуда инертной силы (в комплексном изображении) имеет вид:

$$\dot{F}_m = \omega m e^{i\frac{\pi}{2}} V e^{i0} = \omega m V e^{i\frac{\pi}{2}}.$$

Точно также, имея в виду (3) и (4),

$$\dot{F}_k = -\frac{k}{\omega} \dot{V} e^{i\frac{\pi}{2}} = \underline{x}_k \dot{V}.$$

$$\underline{x}_k = -\frac{k}{\omega} e^{i\frac{\pi}{2}} = \frac{k}{\omega} e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i \frac{k}{\omega} \tag{10}$$

Это упругий реактанс в комплексной записи.

$$\dot{F}_r = r \dot{V} = \underline{r} \dot{V}.$$

$$\underline{r} = r.$$

Это резистанс в комплексной записи.

В соответствии с этим амплитуды упругой и резистивной сил (в комплексном изображении) имеют вид:

$$\dot{F}_k = \frac{k}{\omega} e^{-i\frac{\pi}{2}} V e^{i0} = \frac{k}{\omega} V e^{-i\frac{\pi}{2}}.$$

$$\dot{F}_r = r \dot{V} = r e^{i0} V e^{i0}.$$

Комплексные представления механических реактанса и импеданса:

$$\underline{x} = \underline{x}_m + \underline{x}_k = \left(m\omega - \frac{k}{\omega} \right) e^{i\frac{\pi}{2}},$$

$$\underline{z} = r + \underline{x} = r + \left(m\omega - \frac{k}{\omega} \right) e^{i\frac{\pi}{2}}.$$

Абсолютная величина последнего совпадает с (8)

$$Z = \sqrt{r^2 + \left(m\omega - \frac{k}{\omega} \right)^2}.$$

Фаза импеданса определяется формулой (5), поэтому

$$\underline{z} = Ze^{i\varphi}.$$

Сила внешнего источника имеет вид:

$$\dot{F} = \underline{z} \dot{V} = ZV e^{i\varphi}. \quad (11)$$

Это подтверждается формулой (6).

Пример 1. $\dot{F} = 100e^{i0}$ (Н), $\omega = 2$ рад/с, $m = 10$ кг, $k = 20$ (кг · с⁻²), $r = 7$ (кг · с⁻¹).

Определить все остальные параметры.

$$\underline{x}_m = \omega m e^{i90^\circ} = 20e^{i90^\circ} \text{ (кг} \cdot \text{с}^{-1}\text{)},$$

$$\underline{x}_k = \frac{k}{\omega} e^{-i90^\circ} = 10e^{-i90^\circ} \text{ (кг} \cdot \text{с}^{-1}\text{)}.$$

$$Z = \sqrt{r^2 + (x_m - x_k)^2} = \sqrt{7^2 + (20 - 10)^2} = 12,207 \text{ (кг} \cdot \text{с}^{-1}\text{)}.$$

$$\varphi = \arctg \frac{x_m - x_k}{r} = \arctg \frac{20 - 10}{7} = 55^\circ,$$

$$\underline{z} = Ze^{i\varphi} = 12,207e^{i55^\circ} \text{ (кг} \cdot \text{с}^{-1}\text{)}.$$

$$\dot{V} = \frac{\dot{F}}{\underline{z}} = \frac{100e^{i0}}{12,207e^{i55^\circ}} \approx 8,192e^{-i55^\circ} \text{ (м} \cdot \text{с}^{-1}\text{)}, \quad (12)$$

$$\dot{F}_m = \underline{x}_m \dot{V} = 20e^{i90^\circ} \cdot 8,192e^{-i55^\circ} = 163,846e^{i35^\circ} \text{ (Н)},$$

$$\dot{F}_k = \underline{x}_k \dot{V} = 10e^{-i90^\circ} \cdot 8,192e^{-i55^\circ} = 81,923e^{-i145^\circ} \text{ (Н)},$$

$$\dot{F}_r = r \dot{V} = 7e^{i0} \cdot 8,192e^{-i55^\circ} = 57,344e^{-i55^\circ} \text{ (Н)}.$$

Как и следовало ожидать,

$$\dot{F}_m + \dot{F}_k + \dot{F}_r = 163,846e^{i35^\circ} + 81,923e^{-i145^\circ} + 57,344e^{-i55^\circ} = 100e^{i0} \text{ (Н)} = \dot{F}.$$

Расчёт с применением дифференциальных уравнений занял бы несколько страниц.

Данным примера 1 соответствует векторная диаграмма на рисунке 2.

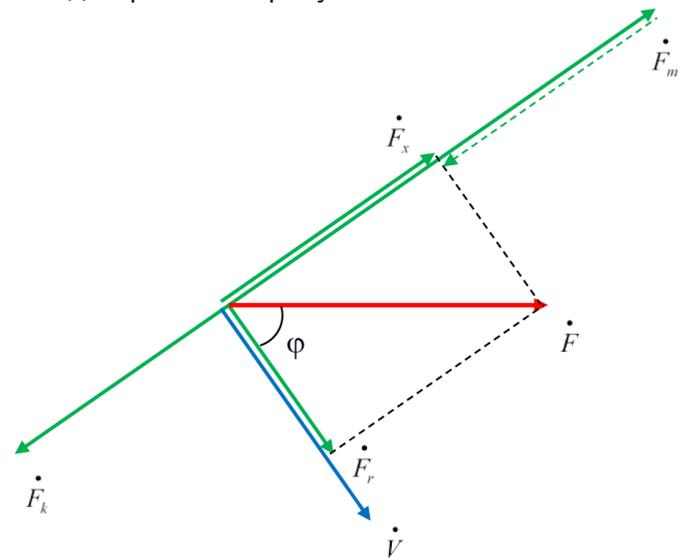


Рисунок 2 – Параллельное соединение

Пример 2. Для резонанса сил. Отличие от примера 1 состоит в том, что $k = 40$ (кг · с⁻²).

$$\underline{x}_k = 20e^{-i90^\circ} \text{ (кг} \cdot \text{с}^{-1}\text{)},$$

$$\underline{z} = r = 7e^{i0} \text{ (кг} \cdot \text{с}^{-1}\text{)},$$

$$\dot{V} = \frac{\dot{F}}{\underline{z}} = \frac{100e^{i0}}{7e^{i0}} \approx 14,286e^{i0} \text{ (м} \cdot \text{с}^{-1}\text{)},$$

$$\dot{F}_m = \underline{x}_m \dot{V} = 20e^{i90^\circ} \cdot 14,286e^{i0} = 285,72e^{i90^\circ} \text{ (Н)},$$

$$\dot{F}_k = \underline{x}_k \dot{V} = 20e^{-i90^\circ} \cdot 14,286e^{i0} = 285,72e^{-i90^\circ} \text{ (Н)},$$

$$\dot{F}_r = r \dot{V} = 7e^{i0} \cdot 14,286e^{i0} = 100e^{i0} \text{ (Н)}.$$

Как и следовало ожидать,

$$\dot{F}_m + \dot{F}_k + \dot{F}_r = 285,72e^{i90^\circ} + 285,72e^{-i90^\circ} +$$

$$+ 100e^{i0} = 100e^{i0} \text{ (Н)} = \dot{F} = \dot{F}_r.$$

Данным примера 2 соответствует векторная диаграмма на рисунке 3.

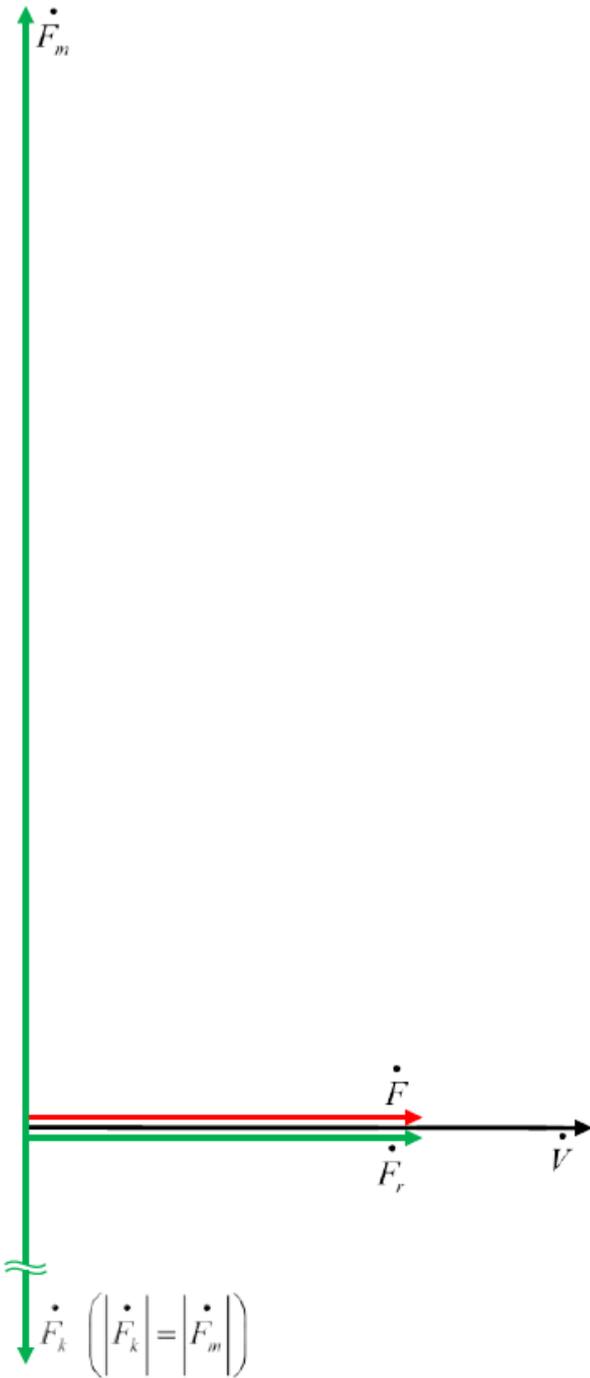


Рисунок 3 – Резонанс сил

Схема последовательного соединения. Сила на элементах механической системы одинаковая (рисунок 4).

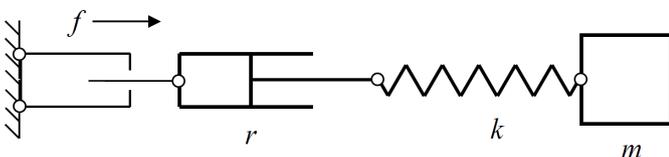


Рисунок 4 – Схема последовательного соединения

$$f = F \cos \omega t .$$

При этом скорости отличаются

$$v_m = \frac{1}{m} \int f dt = \frac{F}{\omega m} \sin \omega t , \tag{13}$$

$$v_k = -\frac{1}{k} k \frac{dx}{dt} = \frac{1}{k} \frac{df}{dt} = -\frac{\omega F}{k} \sin \omega t , \tag{14}$$

Результирующая скорость:

$$v = v_m + v_k + v_r = F \left[\left(\frac{1}{\omega m} - \frac{\omega}{k} \right) \sin \omega t + \frac{1}{r} \cos \omega t \right] =$$

$$= F \sqrt{[1/(\omega m) - \omega/k]^2 + (1/r)^2}$$

$$\left[\frac{1/(\omega m) - \omega/k}{\sqrt{[1/(\omega m) - \omega/k]^2 + (1/r)^2}} \sin \omega t + \frac{1/r}{\sqrt{[1/(\omega m) - \omega/k]^2 + (1/r)^2}} \cos \omega t \right] .$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{1/(\omega m) - \omega/k}{1/r} .$$

$$v = F \sqrt{[1/(\omega m) - \omega/k]^2 + (1/r)^2} (\sin \varphi \sin \omega t + \cos \varphi \cos \omega t) = F \sqrt{[1/(\omega m) - \omega/k]^2 + (1/r)^2} \cos(\omega t - \varphi) = V \cos(\omega t - \varphi) .$$

$$v_r = \frac{f}{r} = \frac{F}{r} \cos \omega t . \tag{15}$$

Это выражение синусоидальной скорости для схемы последовательного соединения элементов механической системы.

Амплитуда результирующей скорости:

$$V = Fy ,$$

$$y = \sqrt{[1/(\omega m) - \omega/k]^2 + (1/r)^2} . \tag{16}$$

Из условия $1/(\omega m) - \omega/k = 0$ следует классическое выражение $\omega = \sqrt{k/m}$, полученное значительно проще классического решения. При этом происходит резонанс скоростей [10]. При $1/r = 0$, $y = 0$. Механизм препятствует (абсолютно) источнику колебаний.

Комплексное описание для последовательной схемы соединения. Алгоритм рассмотрения такой же, как и при параллельном соединении.

$$f = F \cos \omega t = \operatorname{Re}(F e^{i\omega t}), \dot{F} = F e^{i\frac{\pi}{2}}.$$

Из выражения (13) следует, что f опережает по фазе v_m на $\pi/2$. Таким образом,

$$\dot{V}_m = -\frac{1}{\omega m} \dot{F} e^{i\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{\omega m} \dot{F} = \underline{b}_m \dot{F}.$$

$$\underline{b}_m = \frac{1}{\omega m} e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i \frac{1}{\omega m} = \frac{1}{\underline{x}_m}$$

Это инертный сасцептанс (susceptance) в комплексной записи.

Амплитуда инертной скорости (в комплексном изображении) имеет вид:

$$\dot{V}_m = \frac{1}{\omega m} e^{-i\frac{\pi}{2}} F e^{i\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{\omega m} F e^{i0}.$$

Точно также, имея в виду (14) и (15),

$$\dot{V}_k = \frac{\omega}{k} \dot{F} e^{i\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{\omega m} \dot{F} = \underline{b}_k \dot{F}.$$

$$\underline{b}_k = \frac{\omega}{k} e^{i\frac{\pi}{2}} = i \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\underline{x}_k}$$

Это упругий сасцептанс в комплексной записи.

В соответствии с этим амплитуды упругой и резистивной скоростей (в комплексном изображении) имеют вид:

$$\dot{V}_k = \frac{\omega}{k} e^{i\frac{\pi}{2}} F e^{i\frac{\pi}{2}} = \frac{\omega}{k} F e^{i\pi}.$$

$$\dot{V}_r = \frac{1}{r} \dot{F} = g \dot{F} = g F e^{i\frac{\pi}{2}}.$$

$$\underline{g} = g = \frac{1}{r}$$

Это кондуктанс (conductance) в комплексной записи.

Комплексные представления механических сасцептанса и адмиттанса (admittance):

$$\underline{b} = \underline{b}_k + \underline{b}_m = \left(\frac{\omega}{k} - \frac{1}{\omega m} \right) e^{i\frac{\pi}{2}}.$$

$$\underline{y} = g + \underline{b} = g + \left(\frac{\omega}{k} - \frac{1}{\omega m} \right) e^{i\frac{\pi}{2}}.$$

Абсолютная величина последнего совпадает с (16)

$$Y = \sqrt{g^2 + (b_k - b_m)^2} = \sqrt{\frac{1}{r^2} + \left(\frac{\omega}{k} - \frac{1}{\omega m} \right)^2}.$$

$$\varphi = \arctg \frac{b_k - b_m}{g} = \arctg \frac{\omega/k - 1/(\omega m)}{g} =$$

$$= \arctg \left[(m\omega - k/\omega) \frac{r}{mk} \right].$$

$$\underline{y} = Y e^{i\varphi}.$$

Скорость штока внешнего источника имеет вид:

$$\dot{V} = \underline{y} \dot{F} = Y e^{i\varphi} F e^{i\frac{\pi}{2}} = Y F e^{i(\varphi + \frac{\pi}{2})}. \quad (17)$$

Пример 3. Отличие от примера 1 состоит в том, что элементы соединены последовательно.

$$\underline{b}_m = \underline{x}_m^{-1} = 5 \cdot 10^{-2} e^{-i90^\circ} \text{ (кЗ}^{-1} \cdot \text{с)},$$

$$\underline{b}_k = \underline{x}_k^{-1} = 10 \cdot 10^{-2} e^{i90^\circ} \text{ (кГ}^{-1} \cdot \text{с)},$$

$$g = r^{-1} = 14,286 \cdot 10^{-2} \text{ (кЗ}^{-1} \cdot \text{с)}.$$

$$Y = \sqrt{g^2 + (b_k - b_m)^2} =$$

$$= \sqrt{(14,286 \cdot 10^{-2})^2 + (10 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-2})^2} =$$

$$= 15,135 \cdot 10^{-2} \text{ (кг}^{-1} \cdot \text{с)}.$$

$$\varphi = \arctg \frac{b_k - b_m}{g} = \arctg \frac{10 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-2}}{14,286 \cdot 10^{-2}} = 19,29^\circ,$$

$$\underline{y} = Y e^{i\varphi} = 15,135 \cdot 10^{-2} e^{i19,29^\circ} \text{ (кг}^{-1} \cdot \text{с)}.$$

$$\dot{\underline{V}} = \underline{y} \dot{F} = 15,135 \cdot 10^{-2} e^{i19,29^\circ} \cdot 100 =$$

$$= 15,135 e^{i19,29^\circ} \text{ (м} \cdot \text{с}^{-1}\text{)},$$

$$\dot{V}_m = \underline{b}_m \dot{F} = 5 \cdot 10^{-2} e^{-i90^\circ} \cdot 100 = 5 e^{-i90^\circ} \text{ (м} \cdot \text{с}^{-1}\text{)},$$

$$\dot{V}_k = \underline{b}_k \dot{F} = 10 \cdot 10^{-2} e^{i90^\circ} \cdot 100 = 10 e^{i90^\circ} \text{ (м} \cdot \text{с}^{-1}\text{)},$$

$$\dot{V}_r = g \dot{F} = 14,286 \cdot 10^{-2} \cdot 100 = 14,286 \text{ (м} \cdot \text{с}^{-1}\text{)}.$$

Как и следовало ожидать,

$$\dot{V}_m + \dot{V}_k + \dot{V}_r = 5 e^{-i90^\circ} + 10 e^{i90^\circ} + 14,286 =$$

$$= 15,135 e^{i19,29^\circ} \text{ (м} \cdot \text{с}^{-1}\text{)} = \dot{V}.$$

Расчёт с применением дифференциальных уравнений занял бы несколько страниц.

Данным примера 3 соответствует векторная диаграмма на рисунке 5.

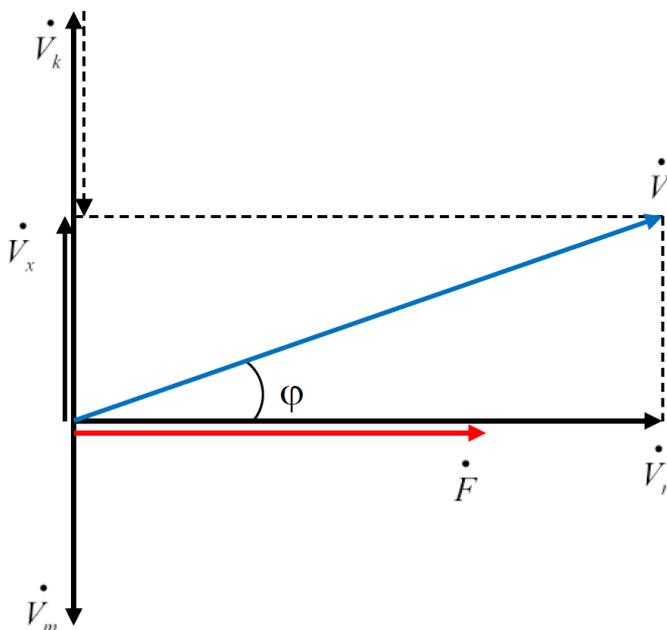


Рисунок 5 – Последовательное соединение

Пример 4. Для резонанса скоростей. Отличие от примера 2 состоит в том, что элементы соединены последовательно.

$$\underline{b}_k = 5 \cdot 10^{-2} e^{i90^\circ} \text{ (кг}^{-1} \cdot \text{с)},$$

$$Y = g = 14,286 \cdot 10^{-2} \text{ (кг}^{-1} \cdot \text{с)},$$

$$\varphi = 0^\circ,$$

$$\underline{y} = Y e^{i\varphi} = 14,286 \cdot 10^{-2} e^{i0^\circ} \text{ (кг}^{-1} \cdot \text{с)},$$

$$\dot{\underline{V}} = \underline{y} \dot{F} = 14,286 \cdot 10^{-2} \cdot 100 = 14,286 e^{i0^\circ} \text{ (м} \cdot \text{с}^{-1}\text{)},$$

$$\dot{V}_k = \underline{b}_k \dot{F} = 5 \cdot 10^{-2} e^{i90^\circ} \cdot 100 = 5 e^{i90^\circ} \text{ (м} \cdot \text{с}^{-1}\text{)}.$$

Как и следовало ожидать,

$$\dot{V}_m + \dot{V}_k + \dot{V}_r = 5 e^{-i90^\circ} + 5 e^{i90^\circ} + 14,286 =$$

$$= 14,286 e^{i0^\circ} \text{ (м} \cdot \text{с}^{-1}\text{)} = \dot{V} = \dot{V}_r.$$

Данным примера 4 соответствует векторная диаграмма на рисунке 6.

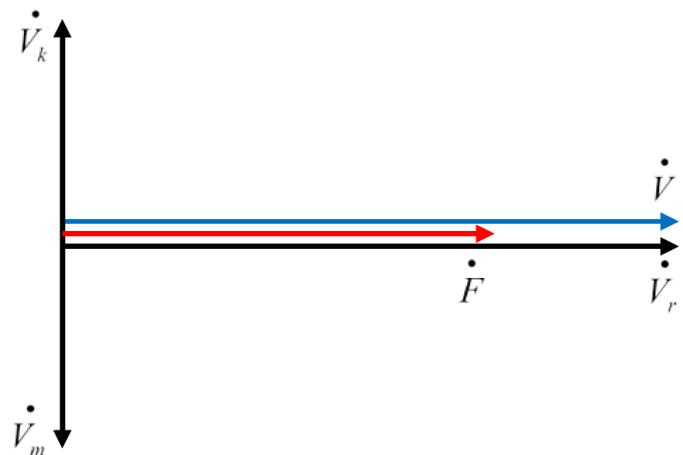


Рисунок 6 – Резонанс скоростей

Выводы. Использование символического (комплексного) описания механических систем при вынужденных гармонических колебаниях (в установившемся режиме) позволило отказаться от чрезвычайно громоздкого и трудоемкого алгоритма расчёта, связанного с решением дифференциальных уравнений, и заменить его простыми и наглядными алгебраическими операциями. Благодаря этому время расчётов уменьшается в разы.

Векторные диаграммы, не являясь необходимой составляющей исследования механических систем, имеют существенное методическое значение, поскольку показывают количественные и фазные соотношения между параметрами систем.

Список литературы

- 1 Пивень В.В., Уманская О.Л. Оптимизация несущей конструкции вибрационной машины // Современные наукоемкие технологии. 2016. № 3-1. С. 70-73.
- 2 Пивень В.В., Уманская О.Л. Проблемы снижения вредной вибрации в вибрационных сепарирующих машинах // Современные научные исследования и инновации. 2014. № 3 (35). С. 13.
- 3 Пивень В.В., Уманская О.Л. Влияние расположения оси эксцентрикового вала на вибрационные характеристики несущей конструкции вибрационной сепарирующей машины с кинематически жестким приводом // Фундаментальные исследования. 2013. № 4. С. 833.
- 4 Фоминых А.В., Чумаков В.Г. Алгоритм расчёта процесса сепарации на решетных устройствах // Аграрный вестник Урала. 2010. № 7. С. 77-79.
- 5 Пивень В.В., Уманская О.Л. Определение упругих характеристик несущих конструкций вибрационных машин и их оснований // Омский научный вестник. 2006. № 8 (44). С. 80-83.
- 6 Фоминых А.В., Фомина С.В., Мекшун Ю.Н. Решетный стан с переменной амплитудой // Сельский механизатор. 2005. № 8. С. 28.
- 7 Фоминых А.В., Фомина С.В., Мекшун Ю.Н. Решетный стан, совершающий колебания в своей плоскости с переменной амплитудой по длине решета // Сборник научных трудов КрасГАУ. 2005. № 5. С. 201-205.
- 8 Фоминых А.В. Повышение эффективности сепарирования зерна и сои на основе совершенствования фракционных технологий и машин: дис. ... доктора техн. наук. Челябинск, 2007. 317 с.
- 9 Попов И.П., Чумаков В.Г., Родионов С.С., Чумакова Л.Я. Мультиинертный вибратор для решётных зерноочистительных машин // Вестник Курганской ГСХА. 2020. № 1 (33). С. 70-74.
- 10 Попов И.П., Чумаков В.Г., Родионов С.С., Чумакова Л.Я. Механические резонансы в технических системах агробизнеса // Вестник Курганской ГСХА. 2019. № 3 (31). С. 68-71.

List of reference

- 1 Piven V.V., Umanskaya O.L. Optimization of the supporting structure of a vibrating machine // Modern high technology. 2016. №. 3-1. Pp. 70-73.
- 2 Piven V.V., Umanskaya O.L. Problems of reducing harmful vibration in vibrating separating machines // Modern scientific research and innovations. 2014. №. 3 (35). Pp. 13.
- 3 Piven V.V., Umanskaya O.L. The effect of the location of the axis of the eccentric shaft on the vibrational characteristics of the supporting structure of a vibrating separating machine with a kinematically rigid drive // Fundamental Research. 2013. №. 4. P. 833.
- 4 Fominykh A.V., Chumakov V.G. Algorithm for calculating the separation process on sieve devices // Agricultural Bulletin of the Ural. 2010. №. 7. Pp. 77-79.
- 5 Piven V.V., Umanskaya O.L. Determination of the elastic characteristics of the supporting structures of vibration machines and their bases // Omsk Scientific Bulletin. 2006. №. 8 (44). Pp. 80-83.
- 6 Fominykh A.V., Fomina S.V., Mekshun Yu.N. Sieve mill with variable amplitude // Selskiy Mechanizator. 2005. №. 8. P. 28.
- 7 Fominykh A.V., Fomina S.V., Mekshun Yu.N. Sieve mill, oscillating in its plane with a variable amplitude along the length of the sieve // Collection of scientific works of KrasGAU. 2005. №. 5. Pp. 201-205.
- 8 Fominykh A.V. Improving the efficiency of grain and soybean separation based on the improvement of fractional technologies and machines: dissertation for the degree of Doctor of Technical Sciences. Chelyabinsk, 2007. 317 p.
- 9 Popov I.P., Chumakov V.G., Rodionov S.S., Chumakova L.Ya. Multi-inert vibrator for sieve grain cleaning // Vestnik Kurganskoy GSKhA. 2020. № 1 (33). Pp. 70-74.
- 10 Popov I.P., Chumakov V.G., Rodionov S.S., Chumakova L.Ya. Mechanical resonances in agribusiness technical systems // Vestnik Kurganskoy GSKhA. 2019. № 3 (31). Pp. 68-71.